管　理　學　報
民 96 年，24 卷，5 期，569-584。

Journal of Management
2007, Vol. 24, No.5, 569-584

「紅色接單、黑色出貨」之數理分析及其延伸 — 模式參數可變下之數學規劃模型

姜林杰祐
國立高雄應用科技大學
游伯龍
國立交通大學

論文編號：2634
收稿 2006 年 10 月 20 日 → 第一次修正 2007 年 1 月 24 日 → 正式接受 2007 年 3 月 12 日

企業能力可能因為投資而擴展，也會隨著時間動態改變，這使得企業敢低價搶單，實現「接單時虧損，交貨時獲利」的目標；雖然在實務上，此現象確實存在(特別是在競爭劇烈、經營環境變動快速的高科技產業)，但仍缺乏足以解釋此實務現象的理論架構，以及量化的數學模式。

本研究運用「多目標決策」方法中的「多準則多資源水準限制下之線性規劃模型」(multiple criteria and multiple constraint levels linear programming models; MC2LP model)，研究當企業的經營參數(包括產品單位利潤與可用資源水準)可隨資本投資與時間變動時，如何設計有效的量化模式來分析及尋找最佳的決策，使「接單時虧損，交貨時獲利」變成可行的、有效的競爭策略。

關鍵詞：時間動態、多目標決策、多準則多資源水準限制數學規劃、紅色接單黑色出貨

導論

在「Breakthrough!」(Nayak and Ketteringham, 1993) 一書中提到，跟許多創新產品一樣，Sony 公司的創意產品—隨身聽，也是在產品設計初期先設定產品規格與販售價格，再投入生產。然而，設計時為了吸引年輕族群(這是 Sony 為「隨身聽」產品設定的目標客戶群)所設定的低價格，在考慮成本後，每台還是會虧損，且生產越多、虧損越多。但，在企業高層的堅持下，Sony 還是投入生產。雖然，首批「隨身聽」產品無法為企業帶來獲利，Sony 卻因此找到另一高消費族群的需求(這使得產品單位獲利提高)，再藉由日漸成熟的生產技術(這使得產品單位生產成本降低)，在後代「隨身聽」產品中大幅獲利。

在這個實際發生在企業界的真實案例中，我們看到了生產系統的利潤率、生產成本、資源使用效率等，因為「時間」而動態改變的可能性。類似的例子在企業界屢見不鮮，特別是創新的產品或服務，因為「創新」具有無限的可能性。

為何廠商即使估算會賠錢也願意接下訂單?因為他們知道，接單、生產，乃至於出貨的時點不同，原料價格與固定成本分攤可能降低、生產效率可能提高、預期可用資源亦可能改變，因此等到產品出貨時，仍有機會獲利。此即所謂「紅色接單，黑色出貨」現象的背後原因。

即使，時間無法帶來改變，生產條件(包括產品單位利潤、資源使用效率—投入產出生產指數、資源可用水準等)，也可能透過資源投資而改變；投資帶來的效益增加，不但可以回收投資成本，甚至可以讓訂單由虧損轉為獲利。

作者**姜林杰祐**為國立高雄應用科技大學金融系副教授，地址: 高雄市三民區建工路 415 號，電話: (07)3814526 轉 6301，傳真：(07)3831544，E-mail: clcy@cc.kuas.edu.tw。**游伯龍**為國立交通大學講座教授，美國堪薩斯大學榮譽講座教授，地址: 新竹市大學路 1001 號，電話: (03)5712121 轉 57010，E-mail: yupl@mail.nctu.edu.tw。
本研究感謝兩名匿名審稿人寶貴的建議，以及國科會計畫補助：NSC 95-2416-H-009-026。

然而，若我們以傳統「生產計畫模型」或「產品生產組合最佳化規劃模型」思考，卻難以解釋這種現象；因為在這些傳統模型中，包括目標係數、資源耗用係數，以及可用資源水準係數等模式參數，在解題過程中，都是事先給定且無法更動的。這就造成此類模型在應用上的困難與限制，也無法解釋前述「紅色接單，黑色出貨」的真實現象。

首先讓我們簡述傳統線性規劃模型，以便說明傳統模型的限制與本研究的動機，以及當其用於模式化「生產組合最佳化問題」時的決策變數與參數意義。

一般標準型式*線性規劃*(linear programming; LP)模式如下(Hiller and Lieberman, 1995)：

$$\begin{aligned} Max \quad & c_1x_1 + c_2x_2 + ... + c_nx_n \\ s.t. \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \le d_1 \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \le d_2 \\ & ... \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \le d_m \\ & x_j \ge 0,\ j = 1,2,...,n. \end{aligned} \quad \text{.......................}(1)$$

以上標準型式線性規劃亦可以矩陣型式表示如下：

$$\begin{aligned} Max \quad & c^T x \\ s.t. \quad & Ax \le d \\ & x \ge 0 \end{aligned} \quad \text{..}(2)$$

其中，x = $[x_1 \quad x_2 \quad ... \quad x_n]^T$，為決策陣列(decision vector)；c = $[c_1 \quad c_2 \quad ... \quad c_n]^T$，為目標係數陣列(objective coefficient vector)；$A = [a_{ij}]\ (i = 1,...,m;\ j = 1,...,n)$為資源耗用矩陣(resource consumption matrix)； d = $[d_1 \quad d_2 \quad ... \quad d_m]^T$，為可用資源水準陣列(resource availability vector)。

以生產組合最佳化問題之應用為例：模式中，x 代表不同產品之生產單位，為模式的決策變數；c 代表單位產品之生產利潤；A 代表不同產品對於不同生產資源之耗用量係數所形成的矩陣；d 代表不同生產資源之可用水準。

如前所述，在傳統線性規劃模式中，假設 c, A 與 d 均是常數陣列或矩陣，但在現實生活中，卻非如此。模式中的 c, A 與 d 會因為資源投資而改變，也會因為時間而改變。

在資源投資方面，例如：

1.透過提高市場行銷能力(如購買廣告以提高形象)，改變產品的單位利潤(c)。

2.透過生產線的改善，改變單位產品生產過程對不同資源的耗用(A)。

3.透過生產資源的購置，改變可用資源水準(d)。

這些模式參數的改變，即使在考慮投資的成本與限制後，也可能會因為增加模式的解空間，改變了決策值(x)，並提升了最終獲利目標。

在時間改變方面，例如：

1.經過時間的改變，固定成本可能隨產量增加而降低，而變動成本也可因為量產或產品在市場的能見度提高而降低，產品單位利潤(c)可能因此改變。

2.時間的改變，例如因為持續的生產，提高了作業的熟練程度(即考慮學習曲線的效應)與降低了產品生產的不良品率，因而改變了資源。

3.經過時間的改變，資源水準(d)亦可能改變，可能增加也可能減少，前者如原有添購之設備逐步安裝上線並達到更高的運轉效率，後者如生產設備隨運轉時間增加而損耗等。

企業為何敢以低價搶單，甚至不惜成本，即著眼於經過時間的改變，在允諾的交貨期時，仍會有利可圖；若侷限於傳統線性規劃觀點，其所得的計算結果很可能是不要接單。

本研究為了突破以上傳統線性規劃模式之限制，提出修正傳統不可變模式係數之*可變參數*(changeable parameter)數學規劃模式，以解決如下問題：

1.在投資方面，若模式(2)中的 c 與 d 矩陣之參數會隨著投資水準而改變，則在考慮投資成本後，模式最佳解如何改變?在不同投資水準下的*潛在優良解結構*(potential solution structure)為何?

2.在參數的時變性方面，若模式(2)中的 c 與 d 矩陣之參數會隨著時間經過而改變，則在時間的變化過程，模式的最佳解及其目標值如何改變?假若接單初期無法獲利，應遞延多少時間出貨才可獲利?

由模式型態觀點，當原有生產計劃之線性模式，考慮單位利潤(即模式(2)中的 c 陣列係數)之改變後(不管是因為投資或因時間經歷而變)，原線性規劃問題將可轉化為一*多準則*(multiple criteria; MC)規劃問題，我們可以藉由多目標決策的解題方法求解；進一步，當考慮可用資源水準係數(即模式(2)中的 d 陣列係數)的可變性後(不管是因為投資或時間經歷而變)，MC 問題將可轉化為*多準則多限制水準*(multiple criteria and multiple constraint-level; MC^2)之問題，此問題之求解可以藉由學者提出的 *MC^2 Simplex Method*(Seiford and Yu, 1979;Yu, 1985)求解，並探討不同資源投入與時間改變下之*潛在優良解結構*(potential solution structure)；更進一步，考慮資源使用效率(即模式(2)中的 A 陣列係數)

的可變性後，原模型則轉為一*非線性規劃*(nonlinear programming; NP)之問題，解題難度提高，但可以考慮的層面更廣，可以說所有原線性規劃模式中的參數均可更動。原線性規劃模式將僅是本研究所提出之不同模式，在特定條件下的特例。

本研究之貢獻，在於將線性規劃模式之參數從原本在解題時的固定常數，轉為隨模式外部環境條件(投資或時間等條件)改變之函數，使其具備可變性，以探討*參數可變空間*(changeable parameter space)之數學特性，解說如何化解「紅色接單，黑色出貨」之直覺矛盾，並提供方法分析有關的決策問題。因資源耗用矩陣(A)之變化涉及較大的複雜面，將以另文敘述之。本文將只討論當目標係數(c)與可用資源水準(d)參數變化之數學處理。

相關研究回顧

本研究主題與模式參數的變動有關；過去針對此問題之處理，是先在初步模式中得到最優解之後，再進行「*後尋優分析*」(post optimality analysis)。由於模式的參數通常都僅是估計值，因此在後尋優分析中可以透過「*敏感度分析*」(sensitivity analysis)的方法，分析模式參數改變後對於最優解的影響(Hiller and Lieberman, 1995)。

早期，對於線性系統的「*一般敏感度分析*」(ordinary sensitivity analysis)，主要處理當單一模式參數改變時，對於模式解的影響；即研究當模式參數在何種範圍(interval)內改變，不致於造成*基底*(basis)的改變。然而此種作法，會造成許多實務應用上的限制；例如當我們想知道，在一線性生產系統中，「不同參數的同時改變(如同本研究所要研究的，「時間」的流逝，造成諸如產品單位獲利、資源使用效率的同時改變)，最佳的生產組合會產生如何的變化」，或者「原來無法獲利的情況，何時可以轉虧為盈」等問題時，就難以用「一般敏感度分析」方法分析。

當超過一個以上的模式參數同時改變時，其中之改變若包括*非基底變數*(non-basis variable)的改變，則由於原來*基底*維持最佳化的參數變動範圍為一 convex polyhedron，情況就變得複雜。為此，Bradley, Hax and Magnanti(1997)提出「100% rule」方法、Gal(1995)提出「approximation region」方法，試圖解決模式參數同時改變時的敏感度分析問題。其實，Yu 與 Zeleny(1975)在多目標線性規劃裡，可針對每一*非劣解*(non-dominated solution)算出相對應之 convex cone，只要 c 的變動在此 convex cone，該非劣解即是最佳解；Seiford 與 Yu(1979)更將概念擴展為在多準則及多重資源限制的 LP 及*潛在解*(potential solutions)以及相對的兩個 convex cones，本文為後者之應用與擴充。

但如同 Wendell(1985)的評論，這些方法在應用與解釋上有其困難；他因此在一系列的研究中提出「tolerance approach」方法並於後續研究逐步改進之(Wendell, 1984, 1985)，此方法提供決策制定者一個有效且方便使用的方法，彙整多個模式參數同時且獨立改變時對最佳解的影響；在他的方法中，計算出「*最大容忍變動比例*」(maximum-tolerance percentage)及其「*對應容忍空間*」(corresponding tolerance hypercube)，在此「最大容忍變動比例」範圍中，估計值的變動會停留在相同的*最佳基底*(optimal basis)中。

其後，Wendell(2004)的研究，提到在重重限制下，「最大容忍變動比例」會趨近於 0，此將大幅降低他所提方法的實用性；其實，即使離開「容忍變動比例」，原來的決策解已經不是最佳解，其仍然會接近最佳解，因此可進一步探索離開最佳解後，目標值惡化狀況，他因此提出「*最大後悔函數*」(maximum-regret function)，量化當變動(variation)超出「最大容忍變動比例」後，目標值的損失量。

由以上研究可知，學者對於多個模式參數同時且獨立改變的分析，已經突破原始最佳解之「最佳基底」。與此相關的，本研究將探討參數「整體變動範圍」如何影響模式最佳解之「整體解結構分析」。本研究與前述敏感度分析研究不同的是：

1. 本研究在參數變動範圍方面，不管是時間或資金投入所造成生產系統模式參數的改變，會跨越許多不同的基底(basis)所組成的解空間，而非前述研究僅考慮現行最佳解之基底(optimal basis)範圍。
2. 前述學者對於不同模式參數變動，多假設其間互相獨立，但本研究中，不管是資金投入或者時間變化，其所造成模式參數的改變，並非完全獨立；因為這些模式參數的改變是基於共同變因(資金量或時間長短)。
3. 也因此，在研究方法上，我們選擇使用 MC^2 Simplex Method，以期能探索參數變動範圍的整體解空間結構。

從另一觀點看，前述學者對於敏感度分析的研究，係希望能管理、控制「局部」變動範圍，本研究則試圖了解、管理並掌控「全面」的變動範圍；在心態上，前述研究希望能「預防」改變，本研究則「期待」改變，並希望尋找最佳的改變位置；以「紅色接單、黑色出貨」為例，現況若不改變是無利可圖的，在預知改變的情況下，我們想知道「何時」出貨是最佳的(改變可能造成最優解已經跨越了許多不同的基底，因此前述研究就難以運用了)。本研究所作的敏感度分析，在研究方法與應用範圍的「*習慣領域*」(habitual domains)(Yu, 1990)與過去學者的研究是不同的，這也顯示了本研究的價值。

本研究試圖以生產模式參數變動空間的分析，解釋存在於實務上的經濟現象—「紅色接單，黑色出貨」；事實上，近來許多國內外的文獻，也開始注意到生產規劃模型中參數改變的現實考量，例如供應鏈管理中，廣為使用的推遲策略(postponement strategy，藉由產品規格或製程的重新設計，將產品的差異點盡可能延後生產，直到確認客戶訂單後，再完成最後的差異化生產)，即是因為體認到生產過程的動態性，所發展出來，用以管理成本與風險並維持客戶服務水準的一種策略(蘇、劉與陳，2006)。在國外研究方面，Geunes, Romeijn 與 Taaffe(2006)挑戰過去對於需求計畫之研究，假設生產需求於生產計畫擬定之前即確認的前題，以產品價格決定生產需求，以期最大化利潤，並提出解法與性質之探討；其想法即認定單位獲利之可變性，且認為生產之最佳決策應由獲利率之動態特性求得。Lee(2006)之研究則挑戰前人對於生產技術效率時間不變性的假設，發展出動態生產前緣模型(stochastic production frontier model)。Cheng, Kovalyov 與 Shakhlevich(2006)則以投單生產與處理時間皆為給定區間內之可控參數，處理機器排程問題，研究中設定投入生產與處理時間之成本均為壓縮量的線性函數，而模式目標在於最小化總生產時間與壓縮成本。Venkatadri, Srinivasan, Montreuil 與 Saraswat(2006)之研究，則認為產品交易雙方之價格與交期會因兩者之協商而改變，因此提出以最佳化模型為基礎之決策支援系統，幫助買或賣方制定生產方式與交易條件。Vits, Gelders 與 Pintelon(2006)之研究探討製程改變雖可能有效增加產能，但也會影響生產學習效率。

以上之研究均正視生產與行銷過程之動態性，與本研究所處理生產模型中參數改變問題之精神相符，由此可看出本研究的價值。整體而言，這些研究所考慮到的生產系統參數動態變化的切入點，均可歸因於生產計畫模型中，單位獲利率(即模式(2)中的 c，此參數亦與產品行銷相關)、生產效率(即模式(2)中的 A)，與生產資源能力限制(即模式(2)中的 d)的改變。

雖然，本研究所引用於處理生產模型參數變的技術—MC^2 Simplex Method，係由前人提出，但該方法尚未被應用於生產過程動態性之分析；值此競爭日益劇烈的經營環境中，此問題始受重視；因此之故，本研究創新的應用該方法處理參數變動範圍之問題。

為使讀者能容易理解，本文先以簡單的具體例子來引述基本的觀念及模式的設置(第參節)；然後於第肆節，我們將具體的例子一般化、抽象化。在第伍節，我們將探討應用上的意涵；最後，我們將未來研究及結論置於第陸節。

數值範例分析

在前言中，我們提到數學規劃模式參數可能分別或同時因為投資水準差異與時間差異而改變之情況；在本節中，將以「產品組合生產利潤最大化」問題之簡單範例說明。

範例一用以說明「模式參數隨資源投資水準而改變」之狀況；範例二用以說明「模式參數隨時間而改變」之狀況。

[範例一]

一公司目前有兩種產品(型 I 與型 II)，其生產資源包括物料與人力。型 I 與型 II 產品單位生產之耗用物料資源分別為 4 與 3 單位；型 I 與型 II 單位產品生產之耗用人力資源分別為 2 與 1.7 單位；型 I 與型 II 產品之單位獲利分別為-2 與-4 單位(即一開始處於虧損狀態)；物料資源與人力資源之上限分別為 80 與 100 單位。單位利潤、耗用之生產資源與生產資源限制水準如表 1 所示。

表 1 [範例一]之單位利潤、耗用之生產資源與生產資源限制水準

資源	型 I	型 II	資源可用水準
物料	4	3	80
人力	2	1.7	100
單位產品利潤	-2	-4	

決策者希望透過數學規劃模式求解最佳生產組合。

依據表 1 的資料，可建立如下之線性規劃模型：

$$\begin{aligned} Max.\ & -2x_1-4x_2 \\ s.t.\ & 4x_1+3x_2\le 80 \\ & 2x_1+1.7x_2\le 100 \\ & x_1,x_2\ge 0 \end{aligned} \qquad \cdots\cdots(3)$$

其中，x_1與x_2分別代表型 I 產品與型 II 產品之生產單位數。模式(3)之最佳解為(x_1,x_2)=(0, 0)，目標值為 0；亦即，在無利可圖之下，廠商選擇不生產。

但若表 1 中的單位產品利潤可透過投資於行銷活動而改善(藉由行銷推廣增加產品價值)，資源亦可購置。型 I 與型 II 產品之每單位投資可增加的產品單位利潤分別為 0.3 與 0.4，物料資源與人力資源之每單位投資可增加的資源數量分別為 2 與 0.5。如表 2 所示。

表 2　表 1 資料增加單位投資可增加的資源數量與產品單位利潤

資源	型 I	型 II	資源可用水準	單位投資可增加的資源數量
物料	4	3	80	2
人力	2	1.7	100	0.5
單位產品利潤	-2	-4		
單位投資可增加的產品單位利潤	0.3	0.4		

再假設增加產品單位利潤之行銷投資上限為 20(投資量以 y 表之)，資源購置之投資上限為 90(資源投資量以 z 表之)。且總投資限制(y+z)不得超過 100 單位。

加入以上條件，模式(3)將轉為模式(4)。

$$\begin{aligned} Max.\ & (-2x_1-4x_2)+y(0.3x_1+0.4x_2) \\ s.t.\ & 4x_1+3x_2\le 80+2z \\ & 2x_1+1.7x_2\le 100+0.5z \\ & 0\le y\le 20 \\ & 0\le z\le 90 \\ & y+z\le 100 \\ & x_1,x_2\ge 0 \end{aligned} \qquad \cdots\cdots(4)$$

其中，x_1與x_2分別代表型 I 產品與型 II 產品之生產單位數，y 為增加產品利潤率的投資單位，z 為用於購置資源之投資單位。

模式(4)以矩陣型式表之如下。

$$\begin{aligned} Max.\ & [1\ \ y]\begin{bmatrix}-2 & -4\\ 0.3 & 0.4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} \\ s.t.\ & \begin{bmatrix}4 & 3\\ 2 & 1.7\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}\le\begin{bmatrix}80 & 2\\ 100 & 0.5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ z\end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}\ge 0 \\ & 0\le\begin{bmatrix}y\\ z\\ y+z\end{bmatrix}\le\begin{bmatrix}20\\ 90\\ 100\end{bmatrix} \end{aligned} \qquad \cdots\cdots(5)$$

模式(5)為一*多準則多層限制水準*(multiple criteria and multiple constraint-level; MC^2)的線性規劃模型，可藉由 MC^2 Simplex Method(見 Seiford 與 Yu，1979；Yu，1985；或 Shi，2001)求解。

若潛在優良解(potential solution)存在，我們可針對不同基底(basis)，計算其潛在優良解。根據 Yu(1985，Chapter 8)之 MC^2 Simplex Method，MC^{2}LP 可以式(6)表之。

$$\begin{aligned} Max\ \ & \lambda Cx \\ s.t.\ \ & Ax\le D\sigma \\ & x\ge 0 \end{aligned} \qquad \cdots\cdots(6)$$

模式(6)之簡捷表(simplex tableau)可表為：

A	I	$D\sigma$
$-\lambda C$	0	0

令基底 J 為基礎陣列(basic matrix)，基底 J' 為非基礎陣列(non-basic matrix)，以 J 為基底之簡捷表可表為：

$B^{-1}A$	B^{-1}	$B^{-1}D\sigma$
$\lambda C_B B^{-1}A-\lambda C$	$\lambda C_B B^{-1}$	$\lambda C_B B^{-1}D\sigma$

其中 C_B 為與*基礎陣列*(basic vector)結合之*準則欄*(criteria column)之子陣列(submatrix)。拿掉上表中之 σ 與 λ，可得以 J 為基底之 MC^2 *簡捷表*(simplex tableau)，如下：

$B^{-1}A$	B^{-1}	$B^{-1}D$
$C_B B^{-1}A-C$	$C_B B^{-1}$	$C_B B^{-1}D$

設定 Y=[$B^{-1}A$，B^{-1}]，W=[$B^{-1}D$]，Z=[$C_B B^{-1}A-C$，$C_B B^{-1}$]，V=[$C_B B^{-1}D$]。令 W(J)與 Z(J)為 MC^2 簡捷表之子陣列，定義：

$$\Gamma\{J\}=\{\sigma>0\,|\,W(J)\sigma\ge 0\} \qquad \cdots\cdots(7)$$

$$\Lambda\{J\}=\{\lambda>0\,|\,\lambda Z(J)\ge 0\} \qquad \cdots\cdots(8)$$

若且唯若當$\Gamma(J)\neq\phi$，則 J 為*原題潛在優良解*(primal potential solution)；若且唯若當$\Lambda(J)\neq\phi$，則 J 為*偶題潛在優良解*(dual potential solution)；若且唯若當 $\Lambda(J)\times\Gamma(J)\neq\phi$，則 J 為*潛在優良解*(potential solution)。當$(\lambda,\sigma)\in\Lambda(J)\times\Gamma(J)$時，$J$ 就是最佳解的基底。

依據以上 MC^2 Simplex Method，模式(5)在不同基底下之的 MC^2 簡捷表(Simplex tableau)如表 3 所示。

表 3 模式(5)在不同基底下之的 MC^2 簡捷表

以 x_3 與 x_4 為基底；J={3,4}						
	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS	
x_3	4.00	3.00	1.00	0.00	80.00	2.00
x_4	2.00	1.70	0.00	1.00	100.00	0.50
	2.00	4.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	-0.30	-0.40	0.00	0.00	0.00	0.00

以 x_1 與 x_4 為基底；J={1,4}						
	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS	
x_1	1.00	0.75	0.25	0.00	20.00	0.50
x_4	0.00	0.20	-0.50	1.00	60.00	-0.50
	0.00	2.50	-0.50	0.00	-40.00	-1.00
	0.00	-0.18	0.08	0.00	6.00	0.15

以 x_1 與 x_2 為基底；J={1,2}						
	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS	
x_1	1.00	0.00	2.13	-3.75	-205.00	2.38
x_2	0.00	1.00	-2.50	5.00	300.00	-2.50
	0.00	0.00	5.75	-12.50	-790.00	5.25
	0.00	0.00	-0.36	0.88	58.50	-0.29

以 x_2 與 x_3 為基底；J={2,3}						
	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS	
x_3	0.47	0.00	1.00	-1.76	-96.47	1.12
x_2	1.18	1.00	0.00	0.59	58.82	0.29
	-2.71	0.00	0.00	-2.35	-235.29	-1.18
	0.17	0.00	0.00	0.24	23.53	0.12

以 x_2 與 x_4 為基底；J={2,4}						
	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS	
x_4	-0.27	0.00	-0.57	1.00	54.67	-0.63
x_2	1.33	1.00	0.33	0.00	26.67	0.67
	-3.33	0.00	-1.33	0.00	-106.67	-2.67
	0.23	0.00	0.13	0.00	10.67	0.27

以 x_1 與 x_3 為基底；J={1,3}						
	x_1	x_2	x_3	x_4	RHS	
x_1	1.00	0.85	0.00	0.50	50.00	0.25
x_3	0.00	-0.40	1.00	-2.00	-120.00	1.00
	0.00	2.30	0.00	-1.00	-100.00	-0.50
	0.00	-0.15	0.00	0.15	15.00	0.08

依據 MC^2 Simplex Method 中對於潛在優良解之定義，可求得在不同基底下之潛在優良解。以 x_3 與 x_4 之為基底組合 (J={3,4}) 為例，$\lambda=[1\quad y]$；$\sigma=[1\quad z]^T$。求解：

$$80+2z\geq 0,\ 100+0.5z\geq 0,\ z\geq 0 \quad\text{..............(9)}$$

符合以上不等式之 z 值範圍為：$0\leq z$。求解：

$$2-0.3y\geq 0,\ 4-0.4y\geq 0,\ y\geq 0 \quad\text{..............(10)}$$

符合以上不等式之 y 值範圍為：$0\leq y\leq 6.67$。換言之，相對應之 $\Gamma=\{z\mid z\geq 0\}$，$\Lambda=\{y\mid 0\leq y\leq 6.67\}$。

同樣的，我們也可求解其他五組基底之潛在優良解範圍，一共六組基底的潛在優良解範圍整理如表 4。

表 4 模式(5)不同基底之潛在優良解範圍

基底	$\Lambda=\{y\mid L_y\leq y\leq U_y\}$		$\Gamma=\{z\mid L_z\leq z\leq U_z\}$	
	下限(L_y)	上限(U_y)	下限(L_z)	上限(U_z)
J={3, 4}	0	6.6667	0	Infinite
J={1, 4}	6.6667	14.2857	0	120
J={1, 2}	14.2857	15.8621	86.3158	120
J={2, 3}	15.8621	Infinite	86.3158	Infinite
J={2, 4}	14.2857	Infinite	0	86.3158
J={1, 3}	6.6667	15.8621	120	Infinite

依據表 4，可繪出各潛在優良解 J，以 y 與 z 為參數之$\Lambda(J)\times\Gamma(J)$，如圖 1。當$(y,z)\in\Lambda(J)\times\Gamma(J)$，$J$ 是該(y,z)情況下之最佳解之基底。為繪圖方便，令$\Theta(J)=\Lambda(J)\times\Gamma(J)$，因此當$(y,z)\in\Theta(J)$時，$J$ 是最佳基底。

當考慮 y 與 z 之範圍，並設限總投資不得大於 100 後之解空間如圖 2 所示。(註：即在圖 1 中加入，$0\leq y\leq 20$，$0\leq z\leq 90$，$y+z\leq 100$，等限制式)。

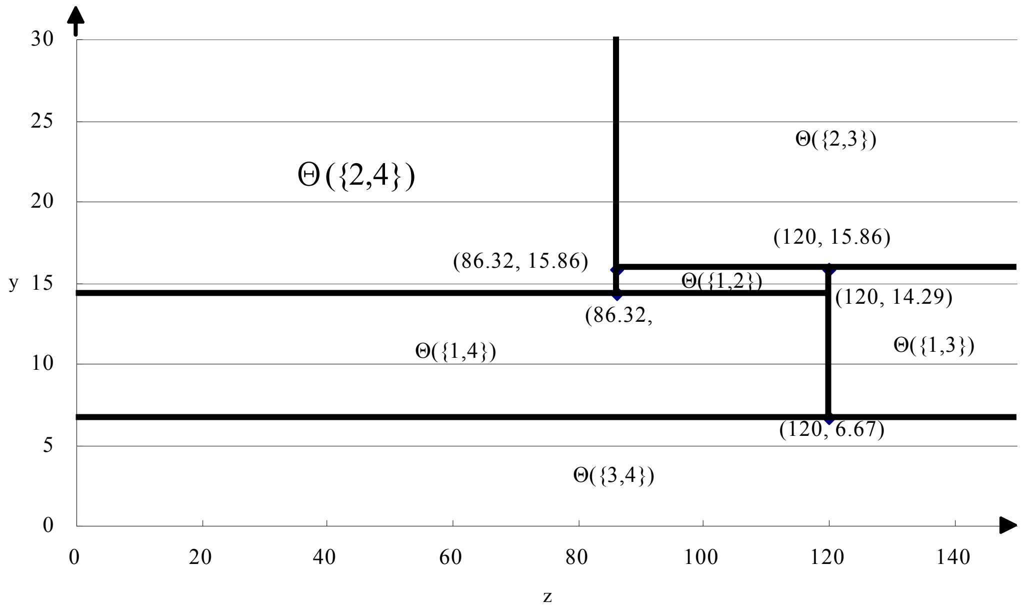

圖 1 不考慮 y 與 z 範圍之潛在優良解

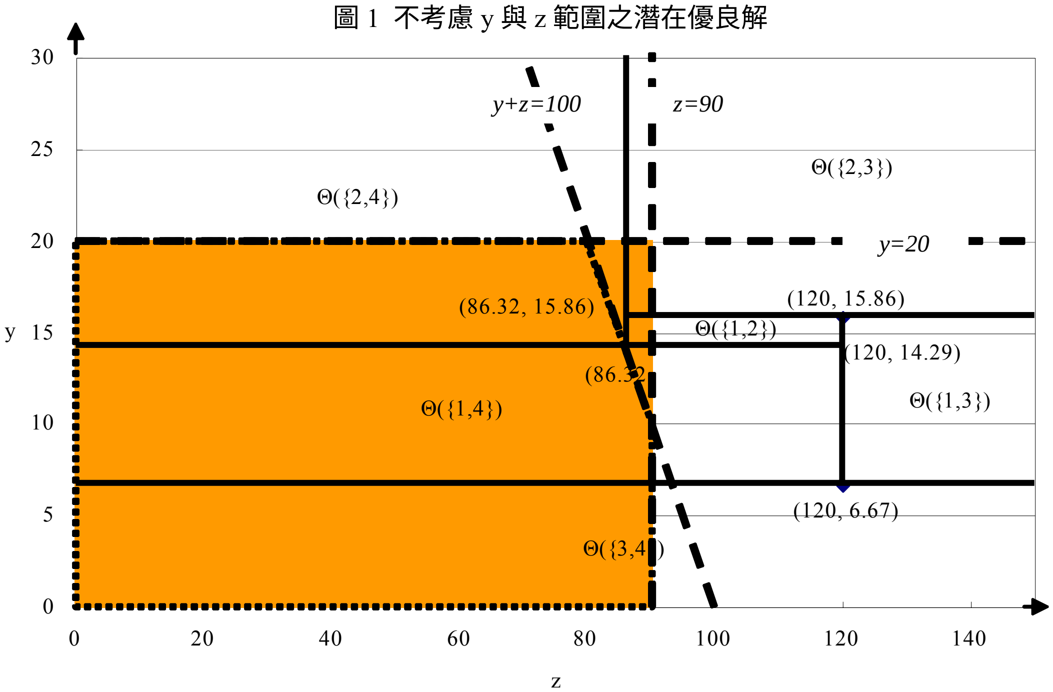

圖 2 考慮 y 與 z 之範圍，並設限總投資不得大於 100 後之解空間

計算圖 2 中 y 與 z 可行解空間中之角點(corner point)，得：

當(y, z)=(20, 0)時，(x_1, x_2)=(0, 26.67)，模式最佳解的目標值為 106.67；當(y, z)=(20, 80)時，(x_1, x_2)=(0, 80)，模式最佳解的目標值為 320；當(y, z)=(10, 90)時，(x_1, x_2)=(65, 0)，模式最佳解的目標值為 65；當(y, z)=(0, 90)時，(x_1, x_2)=(0, 0)，模式最佳解的目標值為 0。在所有角點解中，以(y, z)=(20, 80)為最佳，可得模式(5)之最佳解的目標值為 320。

若將 y 與 z 視為當期投資、當期消費，則扣除投資金額(100)，仍可獲得淨利 220 單位。惟行銷效益與資源購置效益往往不是當期消費(亦即其影響會延伸至投資以後之一段期間)，因此在以上例子中，並不宜直接將 y 與 z 的投資置於目標式中扣除。

模式(5)亦可進一步考慮當資源耗用矩陣(A)因為財務投資而改變之情況，此可作為未來的延伸研究，在此不擬進一步討論。

[範例二]

承續上例，假若時間(而非投資)造成模式參數之改變，則又如何?

為求比較兩者差異以及簡化不必要的 MC^2 簡捷表試算，我們使用表 2 的資料，但賦予其不同之意義，如表 5 所示。

在表 5 中，單位產品利潤會因為時間遞移而增加，可用資源單位亦然。型 I 與型 II 產品之每單位時間遞移可增加的產品單位利潤分別為 0.3 與 0.4，每單位時間遞移增加的物料資源與人力資源水準分別為 2 與 0.5。

表 5 [範例二]之相關資料

資源	型 I	型 II	資源可運用水準	可用資源隨(單位)時間變化之改變率
物料	4	3	80	2
人力	2	1.7	100	0.5
單位產品利潤	-2	-4		
單位利潤隨(單位)時間變化之改變率	0.3	0.4		

與前述模式(4)不同的是，模式(4)中行銷費用的投資與生產資源的購置可分開決策(亦即 y 可以不等於 z)，但[範例二]中的時間變動則同時影響單位利潤(c)與可用資源(d)，且影響之時間單位相同。

在此問題中，決策者關心的是，隨著時間變化，決策變數與目標值如何改變(如此即可在「紅色接單、黑色出貨」決策中，決定出貨延遲時間)。[範例二]可用以下模式得解：

$$
\begin{aligned}
&Max. \quad (-2x_1 - 4x_2) + t(0.3x_1 + 0.4x_2) \\
&s.t. \quad 4x_1 + 3x_2 \le 80 + 2t \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11) \\
&\qquad\; 2x_1 + 1.7x_2 \le 100 + 0.5t \\
&\qquad\; x_1, x_2, t \ge 0
\end{aligned}
$$

模式(11)中的變數 t 代表時間單位。在不同 t 值下之，我們可求其最佳解，包括 x_1, x_2 與目標值。整理如表 6。

表 6 設定 t 之變化範圍所求得在不同 t 值下之最佳解(OV 代表模式目標值)

t	0	2	4	6	6.67	6.68	8	10
x_1	0	0	0	0	0	23.34	24	25
x_2	0	0	0	0	0	0	0	0
OV	0	0	0	0	0	0.093	9.6	25
t	12	14	14.28	14.29	16	18	20	25
x_1	26	27	27.14	0	0	0	0	0
x_2	0	0	0	36.19	37.33	38.67	40	43.33
OV	41.6	59.4	61.98	62.11	89.6	123.73	160	260

將表 6 之資料繪製以時間為橫軸之時間序列圖，可觀察不同時間區間，最佳解如何轉變，如圖 3 所示。

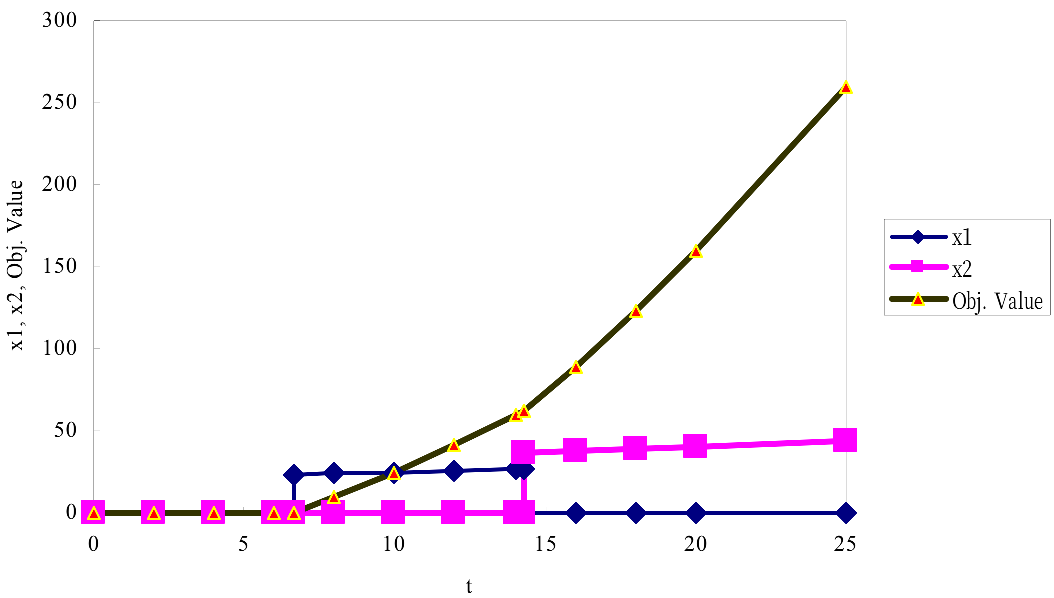

圖 3 以表 6 之資料繪製以時間為橫軸之時間序列圖

由圖 3 可觀察出，當 $0 \le t < 6.6667$ 時，基底為 J={3, 4}，最佳解為 0(即無法獲利，因此不生產)；當 $6.6667 \le t < 14.2857$ 時，基底為 J={1, 4}，最佳解隨著時間增加而增加(有獲利，但僅生產型 I 產品)；當 $14.2857 \le t < 86.3158$ 時，基底為 J={2, 4}，最佳解隨著時間增加而增加，且速度增加(有獲利，但僅生產型 II

產品)；當$86.3158 \le t$時，基底為 J={2, 3}，最佳解亦隨著時間增加而增加(有獲利，但僅生產型 II 產品)。

圖 3 中，轉變基底之關鍵時點，其實可透過圖 1 中繪製 $y = z$ 之直線求算，如圖 4 所示。圖 4 中 $y = z$ 之直線與不同基底解範圍之交點，即為前述不同時點區間的分界點。

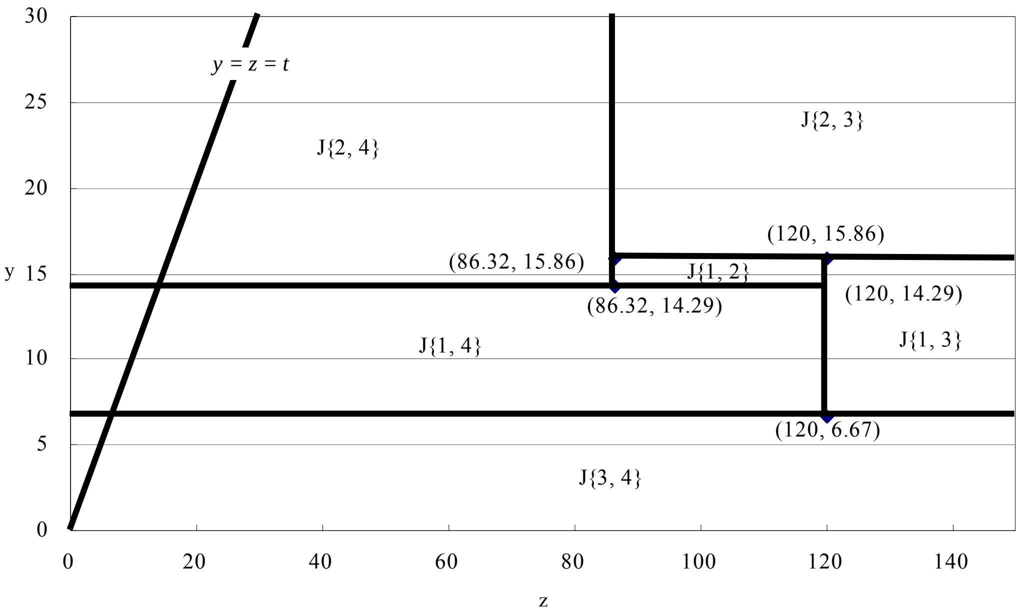

圖 4 轉變基底之關鍵時點可透過圖 1 中繪製 $y = z$ 之直線求算

在上例中，若適當調整模式參數，也有可能找不到可獲利的出貨時點，這代表一開始就不應接單；也有可能獲利時點在一時間區間內，則如何在此獲利時間區間內找到最佳時點，亦可藉由模式求得。

值得一提的，越晚出貨，不確定性增加，且可能必須考慮顧客的期望出貨時間，這些限制條件與考慮為以上模式的自然延伸，可作為未來研究。

當然，模式參數亦可能同時因為「投資」與「時間」而變，限於篇幅，本研究不再舉例。

可變模式參數之數學規劃模型

由上節具體的例子，我們可以將問題和模式一般化，本節將專注於模型一般化。以下我們以兩子節分別探討，「模式參數因為投資水準差異而改變」與「模式參數因為時間差異而改變」之一般化數學規劃模式。

模式參數因為投資水準差異而改變之數學規劃模式

首先，我們考慮線性規劃模式中的 c 與 d 陣列元素可以因為投資水準而改變的情況。

若模式(2)中的目標係數陣列(c)中的元素為一投資水準之線性函數(即決策者可藉由財務投資，改善單位產品所能創造的利潤)，其關係可以下式表示：

$$c_j = f_{c_j}(y) = c_{j,0} + c_{j,1}y,\ j = 1,...,n \cdots\cdots(12)$$

其中，$c_{j,0}$ 為原有的單位利潤，$c_{j,1}$ 為單位投資可以提高的利潤，y 為投資於提升單位利潤之投資單位。

若模式(2)中的資源可用水準陣列(d)中的元素為一投資水準之線性函數，即決策者可藉由投資，購買更多的生產資源以期創造利潤，其關係可以下式表示：

$$d_i = f_{d_i}(z) = d_{i,0} + d_{i,1}z,\ i = 1,...,m \cdots\cdots(13)$$

其中，$d_{i,0}$ 為原有的可用資源水準，$d_{i,1}$ 為單位投資可以購買的資源，z 為投資於購置額外資源之投資單位。

藉由改變 c 與 d 之定義，模式(1)可轉為：

$$\begin{aligned}
Max\quad & (c_{1,0}+c_{1,1}y)x_1+(c_{2,0}+c_{2,1}y)x_2+\ldots+(c_{n,0}+c_{n,1}y)x_n \\
s.t.\quad & a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1n}x_n \le (d_{1,0}+d_{1,1}z) \\
& a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2n}x_n \le (d_{2,0}+d_{2,1}z) \\
& \ldots \\
& a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\ldots+a_{mn}x_n \le (d_{m,0}+d_{m,1}z) \\
& x_j \ge 0,\ j=1,2,...,n. \\
& y,z \ge 0
\end{aligned} \qquad (14)$$

以矩陣型式表示如下：

$$\begin{aligned} Max \quad & \lambda^T C^T x \\ s.t. \quad & Ax \le D\gamma \\ & x \ge 0 \\ & \lambda \ge 0 \\ & \gamma \ge 0 \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(15)$$

其中，$x = [x_1 \quad x_2 \quad \ldots \quad x_n]^T$，為決策陣列；$C = \begin{bmatrix} c_{1,0} & c_{2,0} & \ldots & c_{n,0} \\ c_{1,1} & c_{2,1} & \ldots & c_{n,1} \end{bmatrix}^T$，為包括原有目標係數及單位投資利潤改變率係數之矩陣 $\lambda^T = [1 \quad y]$；$A = [a_{ij}]$（$i = 1,...,m; j = 1,...,n$）為資源耗用矩陣；$D = \begin{bmatrix} d_{1,0} & d_{2,0} & \ldots & d_{m,0} \\ d_{1,1} & d_{2,1} & \ldots & d_{m,1} \end{bmatrix}^T$，為原有可用資源水準及單位投資資源水準改變率係數矩陣；$\gamma^T = [1 \quad z]$。

模式(15)即 MC^2LP 之標準模式，因此可透過 MC^2 Simplex Method 求解，並計算所有的*潛在優良解集合*(set of potential solution)。

一般而言，企業整體與個別部門對於投資水準均有上限，因此對於模式(15)中的 y 與 z，可在模式中加入若干限制。

例如，限制投資於單位利潤提升之上限為 y_M，則可加入以下限制式：

$$y \le y_M \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

限制投資於資源購置之上限為 z_M，則加入以下限制式：

$$z \le z_M \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(17)$$

限制整體投資水準上限為 I_M，則加入以下限制式：

$$y + z \le I_M \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(18)$$

考慮(16)、(17)與(18)之限制後，模式(14)可轉為：

$$\begin{aligned} Max \quad & (c_{1,0} + c_{1,1}y)x_1 + (c_{2,0} + c_{2,1}y)x_2 + \ldots + (c_{n,0} + c_{n,1}y)x_n \\ s.t. \quad & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \le (d_{1,0} + d_{1,1}z) \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \le (d_{2,0} + d_{2,1}z) \\ & \ldots \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \le (d_{m,0} + d_{m,1}z) \\ & y \le y_M \\ & z \le z_M \\ & y + z \le I_M \\ & x_j \ge 0, j = 1,2,...,n. \\ & y, z \ge 0 \end{aligned} \qquad (19)$$

當原模式目標與投資之單位相同時，我們可將投資水準於目標式中當成成本的一部份規劃求解。模式之目標式淨值可為：

$$Max \quad (c_{1,0} + c_{1,1}y)x_1 + (c_{2,0} + c_{2,1}y)x_2 + \ldots + (c_{n,0} + c_{n,1}y)x_n - (y + z) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(20)$$

模式(20)若考慮財務投資影響之長期性，則必須重新計算實際發生於本期生產規劃之分攤成本，細節可順利推演，為免贅述，本文不討論。

模式參數因為時間差異而改變之數學規劃模式

如前所述，除了投資可以改變模式(2)中的 c 與 d 矩陣參數外，隨著時間改變，亦可能改變模式(2)中之 c 與 d。

本子節中對於模式之修正大致上與 4.1 節中相似，只是在模式(19)中，分別使用 y 與 z 表示投資於模式(2)中 c 與 d 陣列參數之改變，在時間差異所導致的 c 與 d 之改變是無從選擇的，且僅與時間變數(t)之改變有關。

考慮模式(2)中的 c 與 d 陣列元素可以因為時間差異而改變的情況；若模式(2)中的目標係數陣列(c)中的元素為一時間之線性函數，即隨著時間流逝，產品單位利潤之改變如下式所示：

$$c_j = c_{j,0} + c_{j,2}t, j = 1,...,n \quad \ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(21)$$

其中，$c_{j,0}$ 為原有的單位利潤，$c_{j,2}$ 為增加一時間單位可以改變的利潤(可能增加也可能減少)，t 為經歷的時間單位。

若模式(2)中的資源可用水準陣列(d)中的元素為一時間之線性函數，即隨著時間流逝，可用資源水準會依照一定比例改變，表示如下：

$$d_i = d_{i,0} + d_{i,2}t, i = 1,...,m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(22)$$

其中，$d_{i,0}$ 為原有的可用資源水準，$d_{i,2}$ 為增加一時間單位所造成資源 i 可用水準之改變

將式(21)與(22)導入模式(1)中，可得到以下「模式參數因為時間差異而改變之數學規劃模式」：

$$\begin{aligned} Max \quad & (c_{1,0} + c_{1,2}t)x_1 + (c_{2,0} + c_{2,2}t)x_2 + \ldots + (c_{n,0} + c_{n,2}t)x_n \\ s.t. \quad & a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n \le (d_{1,0} + d_{1,2}t) \\ & a_{21}x_1 + \ldots + a_{2n}x_n \le (d_{2,0} + d_{2,2}t) \\ & \ldots \\ & a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n \le (d_{m,0} + d_{m,2}t) \\ & x_j \ge 0, j = 1,2,\ldots,n. \\ & t \ge 0. \end{aligned} \quad \ldots\ldots(23)$$

前述廠商「紅色接單，黑色出貨」之現況，可以解釋為當接單時($t=0$)之模式目標最佳值為負數，但在出貨時($t>0$)之模式目標最佳值大於 0。

對於意圖以延後生產與交貨時點，讓原本無利可圖的允諾訂單獲利的決策者，最關心的莫過於到底要延遲多久(即模式(23)中的 t 多大時)，才可開始獲利。在發展演算法以系統化地尋找開始獲利點(不虧點)之前，可提出以下定理。

以下[Proposition 1]用以確認生產組合可以獲利的充分條件。

[Proposition 1]

給定 j，使得 $I(j)=\{i \mid a_{ij}>0\}$。假設存在 $j\in\{1,...,n\}$，對所有 $i\in I(j)$，使得 $c_{j,2}>0$ 且 $d_{i,2}>0$。則，模式(23)所定義的生產系統，終將獲利。

[Proof]

取 $t_j=\underset{t}{Min}\{t \mid c_{j,0}+tc_{j,2}\geq 0 \ \ and \ \ d_{i,o}+td_{i,2}\geq 0$，$for \ \ all \ \ i\in I(j)\}$。則對所有 $i\in I(j)$，當 $t>t_j$ 時，$c_{j,0}+tc_{j,2}>0$ 且 $d_{i,o}+td_{i,2}>0$；選擇生產組合解 x^* (其為 $x_j^*=\underset{i}{Min}\{\frac{d_{i,0}+td_{i,2}}{a_{ij}}\}>0$，且若 $r\neq j$，所有 $x_r^*=0$)，則因 $c_{j,0}+tc_{j,2}>0$，此解之目標函數值將使得 $(c_{j,0}+tc_{j,2})x_j^*>0$，該生產系統得以獲利。故得證。

[Note]

若存在 j，對所有 $i\in I(j)$，使得 $c_{j,0}>0$ 且 $d_{i,0}>0$，依據上述證明，此生產系統在時點 0 時，即可獲利。

至於整體生產系統將於何時點開始獲利，可由以下[Proposition 2]找出。

[Proposition 2]

若存在 j，定義 $s_j=\underset{s}{Min}\{c_{j,0}+sc_{j,2}\geq 0, \ \ and \ \ d_{i,0}+sd_{i,2}>0 \ \ for \ \ all \ \ i\in I(j), \ s\geq 0\}$，若 s_j 非為空集合(註：空集合的情形發生在 $c_{j,0}+sc_{j,2}$ 與 $d_{i,0}+sd_{i,2}$ 無法同時大於 0 時，即如圖 5 所示的兩種狀況)，則 s_j 為不虧損之時點。進一步，若 $c_{j,0}+s_jc_{j,2}>0$，則 s_j 為獲利點。

若所有 $c_{j,0}<0$，定義 $s^*=\underset{j}{Min}\{s_j \mid c_{j,0}+s_jc_{j,2}>0\}$，則 $t>s^*$ 之時點，該生產系統皆可獲利。

假設生產系統終將獲利(前述 Proposition 1 與 2 可作此項的簡單查核)且隨著時間增加，目標函數值遞增，則可透過以下的演算法找到生產系統的最早獲利點(演算法中，$v(t)$表時間 t 時，模式(23)的最佳目標值)。

[演算法]

步驟(1)：選擇 t_L=0，其中 t_L 表左邊時點(較早時點)；設定 t=t_L，求解模式(23)以得到最佳目標值 $v(t_L)$。

步驟(2)：任擇 t_R>0，其中 t_R 表右邊時點(較晚時點)。

步驟(3)：以 t=t_R，求解模式(23)以得到最佳目標值 $v(t_R)$。

步驟(4)：若 $v(t_L)$與 $v(t_R)$同號(均大於 0 或均小於 0)，則執行步驟(4-1)-步驟(4-2)，否則，跳到步驟(5)：

- 步驟(4-1)：若 $v(t_R)$<0，則設定 t_L=t_R, t_R=2t_R，並回到步驟(3)。
- 步驟(4-2)：若 $v(t_R)$=0，則時點 t_R 為模式(23)的最早獲利點。

步驟(5)：設定 t_M=(t_L+t_R)/2，其中 t_M 表時間間距[t_L, t_R]之中間點。

步驟(6)：以 t=t_M，求解模式(23)以得到最佳目標值 $v(t_M)$。

- 步驟(6-1)：若 $v(t_M)$>0，則設定 t_R=t_M 並回到步驟(5)。
- 步驟(6-2)：若 $v(t_M)$<0，則設定 t_L=t_M 並回到步驟(5)。
- 步驟(6-3)：若 $v(t_M)$=0, 則時點 t_M 為模式(23)的最早獲利點。

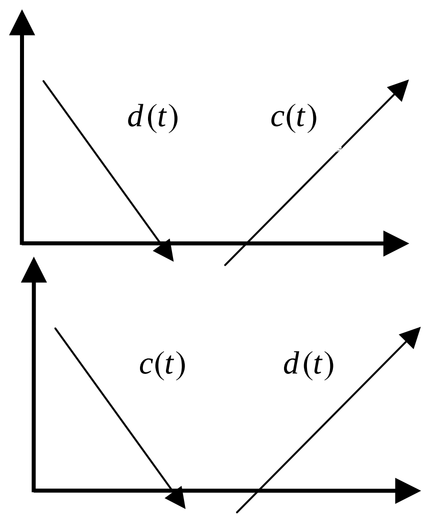

圖 5

模式應用意涵

針對多準則(MC)數學規劃模型，為何需要進一步發展至多準則多資源水準限制(MC^2)的數學規劃模型，Shi(2001)曾提出兩應用觀點(application perspective)，其為：

1.可用資源水準通常由資源市場供需決定，與季節變化有關，也與經濟狀況(繁榮、持平或衰退)、經濟活動有關，MC 模型將資源水準當成外生變數，在模式形成前事先給定，顯然不合常理；應將其視為幾種經濟狀況(或其他會影響資源改變的條件)之函數。Zeleny(1975)提出的多準則 De Novo 規劃模型之想法亦同。

2.在一企業組織中，類似資源水準決策制定，通常不會是個人決策，而是群體決策，例如人員雇用(改變人力雇用水準)可能由生產部門提出需求，但由財務部門決定雇用水準，人事部門也會由人力資源管理觀點參與決策。因此資源水準應視為群體決策下的結果，其可藉由多資源限制方式於模式中考慮。

根據以上兩種應用觀點，MC^2 模型被廣泛運用在包括：轉換價格最佳權衡分析、多準則多決策者之資本預算制定、分散式資料配置、通訊系統配置、信用卡投資組合管理、綜合生產計畫，以及農業政策制定等不同領域(Shi, 2001)。

本研究提出的模式，亦包括多重目標式與多重限制水準的考慮，因此對於以上目標的多樣化(Yu, 1985)與多重資源水準之應用觀點，均可適用。更進一步，本研究亦不排除資源耗用效率變化之可能性。

除了以上文獻中提及的應用觀點外，以下提出本研究模型額外的應用觀點：

1.首先，對於企業的不同部門而言，每日念茲在茲的，除了從事於生產或服務的提供外，許多的企業活動均在於設法提高企業的競爭力，以累積其在市場上的競爭優勢；例如行銷部門致力於更好的 *4P*(price、promotion、place 與 product)設計，生產部門致力於提高生產效率(減少產品生產或服務提供對於資源的損耗)，財務部門致力於提升可用的資源(藉由購置、合作、外包等)，這些均會改變綜合生產計畫模型之參數，其不但會隨著生產系統的財務投資而改變，也會隨著時間而改變。

2.企業經營過程面對經營環境的不同*參與者*(players)，例如下游的顧客、上游的原料供應商、協力廠商，以及企業內部員工等；企業與這些企業內部、外部參與者的折衝、協調，也會改變模式的參數，例如與下游顧客對於產品價格的爭取以及與上游原物料供應商物料價格的協調，會因此影響單位利潤；與協力廠商的合作(如借用、購置生產資源，或直接外包)以及與內部員工的折衝，可以改變資源可用水準以及資源使用效率等。

甚至我們可以說，似乎沒有什麼模式參數是絕對不可改變的；由此可知，在模式中考慮參數改變的合理性，以及本研究的重要性與可用性。

除了實用上的合理性與必要性，本研究以 MC^2 Simplex Method 研究可變參數之線性規劃模型，得以「系統性」的找出在不同的目標係數變化與資源水準變化下的所有可能解，可據以擬定在不同環境變化下的「*應變計畫*」(contingency plan)，支援生產系統的「*最佳化設計*」(optimal system design)(Lee, Shi, Yu, 1990)。

結論與未來發展

根據*習慣領域理論*(habitual domains theory)(Yu, 1990)，不但一般人或組織有其既有習慣領域，決策問題亦有其習慣領域；這些習慣領域表現在決策模式的參數中，其實是可以透過*能力集合擴展*(competence set expansion)而改變的(Yu, 1990)。

本研究所提出的模式，擴展原有線性規劃問題對於模式參數必須為常數的限制，發展出不同可變參數的數學規劃模型；並結合 MC^2 Simplex Method，分析模型的潛在優良解結構，可用以擬定不同的應變計畫。此為本研究的主要貢獻。

此外，本研究藉由模式的擴展，合理解釋了業界「紅色接單，黑色出貨」的普遍現象(此對於產品價格變化劇烈、生命週期短的高科技產品尤然)，也解決了財務投資於生產系統改善的資源配置問題(即如何在市場行銷、生產效率改善或是資源購置之投資間進行權衡)，此為本研究的另一貢獻。

本研究同時也開啟了許多的後續研究空間，包括了：

1.在研究中，僅討論因為資金的投入或時間的改變，導致產品單位利潤(c)的改變與可用資源水準(d)的改變，而未探討資源耗用(A)的改變；若將此問題

納入考慮，將使原模型變成一非線性規劃的問題，而更形複雜。此為後續研究課題之一。

2. 在研究中，假設資金量或時間造成模式參數之改變為線性關係，但實務上，此想法可能過於單純；例如資金量的投入，可能加速或減緩利潤率的改變量，如何處理因此造成的非線性問題，亦為有趣的後續研究主題。
3. 雖然在模式(20)中，我們將投資於模式參數改變的資金，當成成本項於目標式中扣除，以反映投資成本之考量；但投資影響具備長期性，如何精確評估投資成本(例如僅就當期投資折舊扣抵)，亦為可以後續研究的課題。
4. 因為實際問題解之整數限制(如本研究中，生產計畫、金融投資等，均有單位限制)，可進一步考慮本研究模式之整數規劃模型(或二元模型)。
5. 本研究著眼於投資或時間對於模式參數帶來之改變，這些改變發生在未來，因此必然具備一定的不確定性與模糊性，後續研究可設法處理模式中之不確定。
6. 以本研究模式為基礎，進一步探討最佳化系統設計問題，並發展*應變計畫*(Li, Shi & Yu, 1990)。
7. 探討本研究模式的*對偶問題*(dual problem)所代表之意義。
8. 將本研究模式的精神，應用在更多不同的應用領域。

參考文獻

蘇雄義、劉宗哲、陳竑廷，2006。應用推遲策略於TFT-LCD 產業上游廠商生產供應鏈之分析，**管理學報**，第二十三卷第五期，523-536。

Bradley, S. P., A. C. Hax and T. L. Magnanti, 1997. ***Applied Mathematical Programming***, Addison-Wesley, Reading, MA.

Cheng, T. C. E., M. Y. Kovalyov, N. V. Shakhlevich, 2006. Scheduling with Controllable Release Dates and Processing Times: Makespan Minimization, ***European Journal of Operational Research*** 175, 751-768.

Gal, T. Postoptimal Analysis, 1995. ***Parametric Programming, and Related Topics***, 2nd ed., Walter de Gruyter, Berlin and New York.

Geunes, J., H. E. Romeijn, K. Taaffe, 2006. Requirement Planning with Pricing and Order Selection Flexibility, ***Operations Research***, Vol. 54, No. 2, 394-401.

Hiller, F. S. and G. J. Lieberman, 1995. ***Introduction to Operations Research***, 6th Edition, Mc-Graw-Hill.

Lee, Y. H., 2006. A Stochastic Production Frontier Model with Group-specific Temporal Variation in Technical Efficiency, ***European Journal of Operational Research,*** 174, 1616-1630.

Lee, Y. R., Y. Shi and P. L. Yu, 1990. Linear Optimal Design and Optimal Contingency Plans, Linear Optimal Design and Optimal Contingency Plans, ***Management Science***, 36, 1106-1119.

Nayak, P. R. and F. M. Ketteringham, 1993. ***Breakthroughs!***, Authur D. Little, Inc.

Seiford, L. and P. L. Yu, 1979. Potential Solution of Linear System: the Multi-criteria Multiple Constraint Level Program, ***Journal of Mathematical and Analysis and Application***, 69, 283-303.

Shi, Y., 2001. ***Multiple Criteria and Multiple Constraint Levels Linear Programming – Concepts, Techniques and Application***, World Scientific Publishing.

Shi, Y., and P. L. Yu, 1992. Selecting Optimal Linear Production Systems and their Contingency Environments, ***Computer and Operations Research***, 19, 585-608.

Venkatadri, U., A. Srinivasan, B. Montreuil, A. Saraswat, 2006. Optimization-based Decision Support for Order Promising in Supply Chain Network, ***International Journal of Production Economics*** 103, 117-130.

Vits, J., L. Gelders, L. Pintelon, 2006. Production Process Changes: A Dynamic Programming Approach to Manage Effective Capacity and Experience, ***International Journal of Production Economics*** 104, 473-481.

Wendell, R. E., 1984. Using Bounds on the Data in Linear Programming: The Tolerance Approach to Sensitivity Analysis, ***Math. Programming***, 28, 304-322.

Wendell, R. E., 1985. The Tolerance Approach to Sensitivity Analysis in Linear Programming,

Management Science, 31, 564-578.

Wendell, R. E., 2004. Tolerance Sensitivity and Optimality Bounds in Linear Programming, ***Management Science***, 50(6), 797-803.

Yu, P. L. and M. Zeleny, 1975. The Set of All Nondominated Solutions in Linear Cases and Multicriteria Simplex Method, ***Journal of Math. Analysis and Applications***, Vol. 49(2), 430-468.

Yu, P. L., 1985. ***Multiple Criteria Decision Making: Concepts, Techniques and Extensions***, Plenum, New York.

Yu, P. L., 1990. ***Forming Winning Strategies – an Integrated Theory of Habitual Domains***, Springer-Verlag.

Zeleny, M., 1975. Optimal Systems Designs with Multiple Criteria: De Nova Programming Approach, ***Engineering Costs and Production Economics***, 19.

姜林杰祐副教授為交通大學資訊管理博士，目前任教於國立高雄應用科技大學金融系。主要教授金融資訊系統建構、財金資料採礦與金融創新等課程，研究領域為作業研究、行為與決策、金融資訊等。

Chieh-Yow ChiangLin is Associated Professor of Department of Finance, National Kaohsiung University of Applied Sciences and teaches Information System Development of Finance, Financial Data Mining and Finance Innovation. He completed his Ph. D. degree at Institute of Information Management, National Chiao-Tung University. His research areas include Operations Research, Behaviors and Decisions, and Financial Information.

游伯龍教授，國立交通大學（資管所、經管所及財金所）講座教授，也是美國堪薩斯大學的榮譽講座教授。他是習慣領域學說的創始人，也是多目標決策分析先鋒的開拓者，研究領域含習慣領域與決策、能力集合分析、多目標決策分析、競略理論等及它們的實務應用。出版十六本中英文專書，一百四十多篇論文。

Po-Lung Yu is Distinguished Chair Professor of National Chiao Tung University (Institute of Information Management, Institute of Business and Management, and Institute of Finance) and Emeritus Distinguished Professor, University of Kansas, School of Business. He is the initiator of Habitual Domain Theory and Applications, and an important pioneer who has helped build the foundation of Multiple Criteria Decision Making. His research interests included: habitual domains and decision making, competence set analysis, multi-criteria decision making, second order games and forming winwin strategies, and their applications. He has published 16 books and more than 140 articles.

Generalized Theoretical Analysis on "Taking Loss at the Ordering Time and Making Profit at the Delivery Time" – Programming Models with Changeable Parameters

C. Y. ChiangLin
National Kaohsiung University of Applied Sciences
P. L. Yu
National Chiao Tung University

Paper No: 2634
Received October 20, 2006 → First Revised January 24, 2007 → Accepted March 12, 2007

Not all of the products or services proven to be successful finally in the markets are promising to make profit, even expecting to be loss, in the initial stage for the product or service be created. Eventually, due to the dynamic change of productive conditions and/or marketing environment, these products or service reap profits for corporate. This explains why do some companies rather take loss at the ordering time, because they have the confidence that they can make profit at the delivery time due to the dynamic change of production system parameters, including profit rate, cost rate and resource consumption efficiency, etc. Even time delay cannot bring change, the production system conditions can be changed by capital investment. In other words, as time of entering market drifts, the efficiency of production and market system improve and then providing the possibility to cut down the production cost. Accordingly, enterprises can promise their customers a competitive price to take the order and, later, produce the products at the optimal timing and production conditions. Above phenomenon exists especially in high-tech industries which compete violently and whose environment change quickly.

Nevertheless, aforementioned phenomenon cannot be explained by traditional product planning model or product mix model, since, in these models, parameters such as the unit profit in objective function, the resource consumption rate and the resource available level are given in advance and cannot be changed during the solving process. To cope with this restriction, sensitivity analysis can be adopted. However, sensitivity analysis for model parameters restrains researcher from exploring the overall solution space, which is changed with variation of the parameter set, and limits the capability of designing the optimal strategy. For breaking through the limitation of the traditional model, changeable parameter production planning models are proposed to solve the above problems.

The purpose of this thesis is to take the coefficients of production planning model as changeable values, which can be varied by environmental factors, but not fixed values as in the traditional model. Accordingly, the characteristics of the changeable parameter space of the model can be derived. We applies mathematical models of multiple criteria decision making – multiple criteria and multiple constraint levels linear programming (MC2LP) models, and extended techniques Seiford and Yu, 1979) to explore that when the management parameters (including profit and available resources) can be changed with capital investment and time, how to design an effective model to identify the best solution as to make "taking loss at the ordering time and making profit at the time of delivery" an effective competitive business strategies.

From the application perspective, this paper provides an effective and efficient approach for analyzing, interpreting and programming usable production strategies in dynamic environment. Some further research directions can be derived including: (i) considering practical constraints in the model, (ii) dealing the uncertainty and fuzziness of parameter change, (iii) developing contingence plan (Li, Shi and Yu, 1990) to cope with different situations, (iv) discussing the dual problem of the proposed model and its meaning, and (v) applying the proposed model in other application fields.

Keywords: time dynamic, multiple criteria decision making, multiple criteria and multiple constraint levels linear programming.

Chieh-Yow ChiangLin is associated professor at Department of Finance, National Kaohsiung University of Applied Sciences, 415, Chien-kung Road, Kaohsiung, Taiwan, Tel:886-7-3814526 ext. 6301, Fax: 886-7-3831544, E-mail: clcy@cc.kuas.edu.tw.
Po-Lung Yu is Distinguished Professor of National Chiao Tung University, and also Emeritus Distinguished Professor of University of Kansas, Tel:886-3-5712121 ext.57010, E-mail: yupl@mail.nctu.edu.tw.